

DIVERSIÓN (MATEMÁTICA) CON BANDERAS:

★ Enrique Hernando Arnaiz

★ EsTalMat Castilla y León

★ Asoc. CyL de educación matemática

★ Instituto GeoGebra de Castilla y León

XVI Seminario nacional EsTalMat
Santiago de Compostela 2024



ENRIQUE HERNANDO
"LOCO DE REMATES"



Yo *presents* yo
-FUN- WITH FLAGS



Diversión (matemática) con banderas. EsTalMat Castilla y León

PREVIO: ★ Nos remontamos a los orígenes. I Seminario nacional EsTalMat.
Puerto de la Cruz (16 añitos ya...)

★ ¡¡ Muchas gracias compañeros canarios !!

Relación de invitados

- ΦVictorino Pollán Fernández (Galicia)
- ΦMercedes Feijoo Díaz (Galicia)
- ΦEnrique Hernando Arnáiz (Castilla y León)
- ΦJosé Manuel Arranz San José (Castilla y León)
- ΦEugenio Hernández Rodríguez (Madrid)
- ΦJoaquín Hernández Gómez (Madrid)
- ΦM. Mercedes Sánchez Benito (Madrid)
- ΦConcha García Severón (Andalucía)
- ΦPascual Jara Martínez(Andalucía)
- ΦJosé Mº Chacón Iñigo(Andalucía)
- ΦAntonio J. Pérez Jiménez(Andalucía)
- ΦCecilia Valero Revenga (Cantabria)
- ΦMº José Señas Pariente (Cantabria)
- ΦAlejandro Miralles Montolio (Valencia)
- ΦAntonio Ledesma López (Valencia)
- ΦEnrique Freaza Deniz (Canarias)
- ΦAlicia Acosta Ramirez (Canarias)
- ΦRoberto Pascual Martín Pérez (Canarias)
- ΦFernanda Falcón Ramirez (Canarias)
- ΦLuis Cutillas Fernandez (Canarias)
- ΦAntonia Bethancort González (Canarias)
- ΦMarta Berini (Cataluña)
- ΦLourdes Figueiras (Cataluña)
- ΦVictoria Oliu (Cataluña)

Relación de invitados institucionales.

- ΦConsejería de Educación. Director General de Ordenación e Innovación Educativa y D. Ceferino Artilles
- ΦRepresentante de la Fundación Vodafone España.
- ΦRAECEPyN D. Alberto Galindo y D. Amable Liñán.
- ΦD. Agustín Álamo Molina.
- ΦSociedad Canaria de Profesores de Matemáticas: Dña. Ana Alicia Pérez
- ΦRepresentante del CSIC

I Seminario sobre Actividades para Estimular el Talento precoz en matemáticas

V Reunión nacional de Estalmat

Estalmat Canarias

Lugar de Celebración:
Hotel Bonanza Palace
C/ Aceviño, 21 .
Puerto de la Cruz – Tenerife
Del 14 al 16 de marzo de 2008

<http://www.estalmat.org>

Diversión (matemática) con banderas. EsTalMat Castilla y León

PREVIO:

- ★ Taller de introducción/motivación a la modelización para veteranos (“jubilados”) del proyecto EsTalMat en CyL...
- ★ Volvemos al “laboratorio de matemáticas” con una actividad curiosa, matemáticas aplicadas de contexto “amable” .
- ★ Trabajamos con proporciones, particiones, polígonos, simetrías...
- ★ Y hablamos un poco de banderas: ¿¿Todas tienen el mismo tamaño??



EL MUNDO DE LAS BANDERAS:

★ Error. Los rectángulos de las banderas no son todos iguales:

“Uno de los errores más habituales con relación al mundo de las banderas es el considerar que se pueden reproducir en un rectángulo común para todas.

Posiblemente esté inducido porque en ciertas enciclopedias y atlas aparecen así*. Pero lo cierto es que hay veintiún modelos diferentes de proporcionalidad en las dimensiones. Si incluimos las cuadradas, las proporciones varían entre la 11:28 de Qatar y la cuadrada 1:1. Entre estas dos, se encuentran las siguientes: 1:2, 10:19, 5:9, 21:38, 4:7, 10:17, 3:5, 11:18, 5:8, 7:11, 2:3, 7:10, 5:7, 18:25, 8:11, 3:4, 28:37, 4:5 y 13:15”

(Luis Balbuena)

Sdad. Esp. de VEXILOLOGÍA (8 €)

<https://vexilologia.org/poster-de-banderas-del-mundo>



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

EL MUNDO DE LAS BANDERAS:



Sdad. Esp. de VEXILOLOGÍA (8 €)

<https://vexilologia.org/poster-de-banderas-del-mundo>

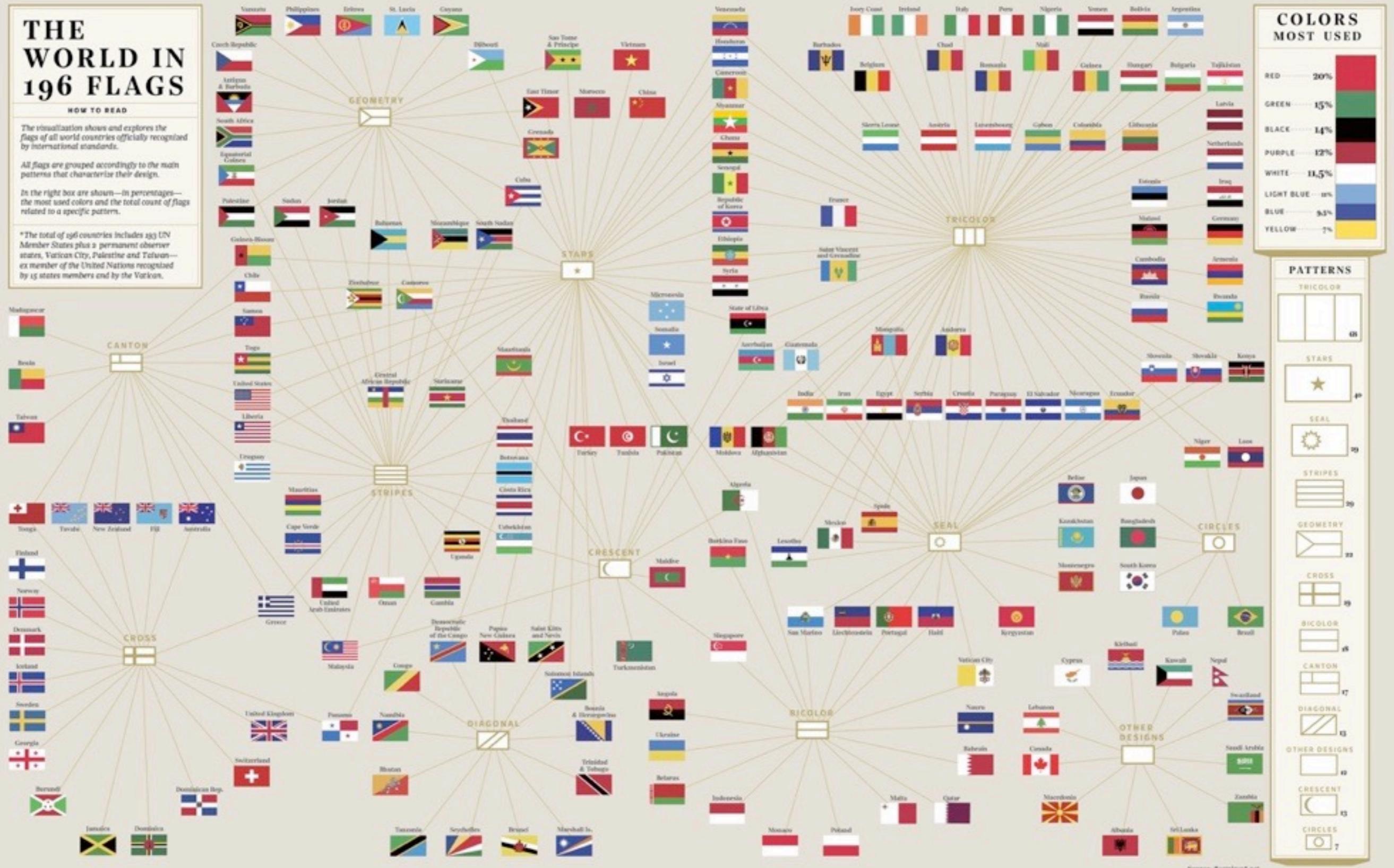


SITUACIÓN: “AL LÍO”

- ★ Nos ponemos a ello. Banderas: queremos trabajar los distintos conceptos matemáticos involucrados en su diseño y las conexiones entre ellos.
- ★ Producto final 1: cada alumno elegirá una bandera y, con nuestra ayuda, intentará construirla –completamente, es decir sin usar cuadrícula ni otro tipo de guías– con GeoGebra.
- ★ Para ello tendrá que investigar, como decíamos:
 - ★ Proporción altura:base (como se expresa en vexilología... y tiene sentido, como veremos*).
 - ★ Otras características geométricas presentes.

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

SITUACIÓN: "AL LÍO"



SITUACIÓN: “AL LÍO”

Bandera de los Estados Unidos



Datos generales

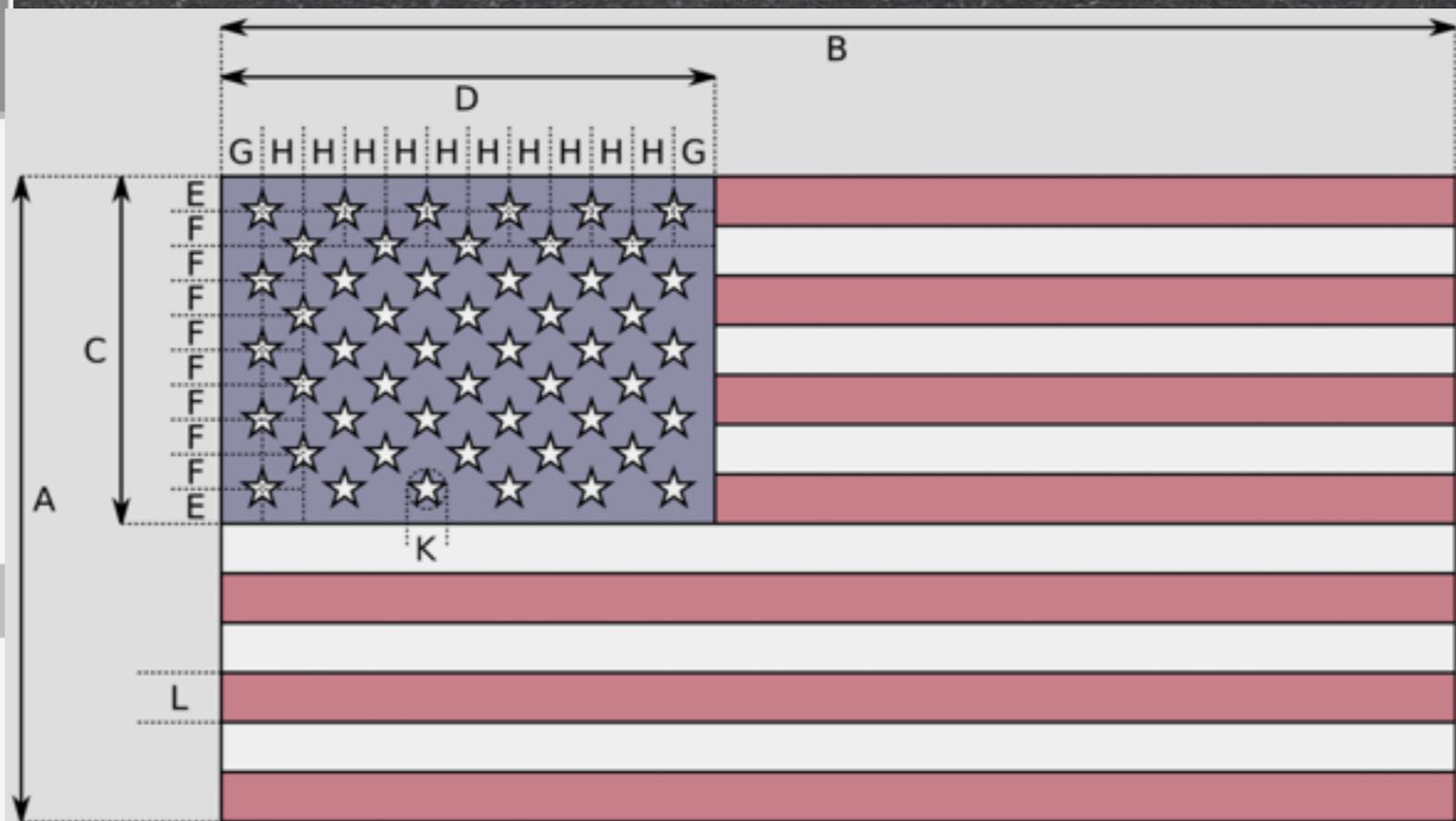
Uso  

Proporción 10:19

Adopción 14 de junio de 1777 (246 años)
(versión original de 13 estrellas)
4 de julio de 1960 (63 años)
(versión actual de 50 estrellas)

Colores  Azul
 Blanco
 Rojo

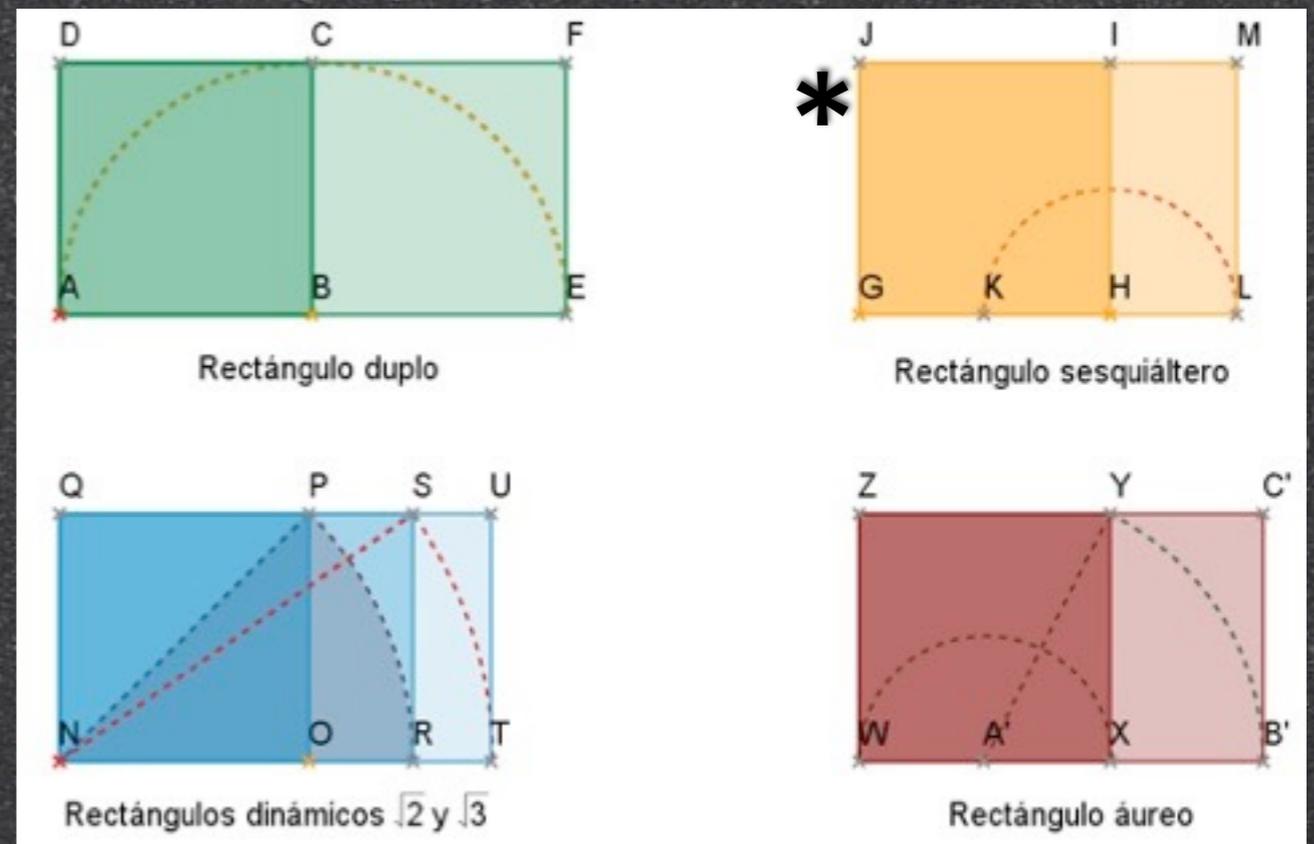
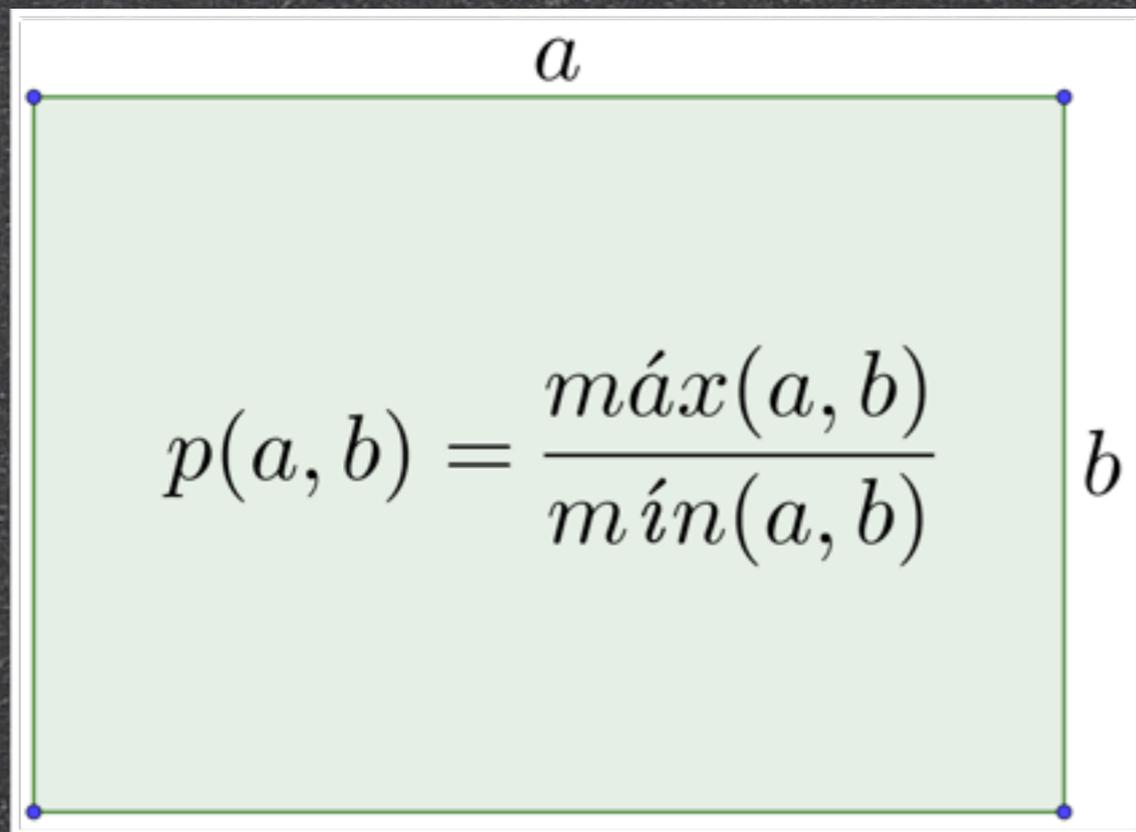
Diseño Trece franjas horizontales alternadas rojas y blancas, en el cantón, 50 estrellas blancas sobre un fondo azul.



- A = altura (1.0)
- B = anchura (1.9)
- C = alto del cantón ($0.5385 = A \cdot 7/13$)
- D = ancho del cantón ($0.76 = B \cdot 2/5$)
- E = F = espaciado entre líneas de estrellas ($0.0538 = C/10$)
- G = H = espaciado entre columnas de estrellas ($0.0633 = D/12$)
- K = diámetro de la estrella ($0.0616 = L \cdot 4/5$)
- L = ancho de las franjas ($0.0769 = A/13$)

TRABAJAMOS. ALTO Y ANCHO: PROPORCIÓN

- ★ Trabajamos mates y su historia: Proporciones estáticas vs. dinámicas
 - ★ [Los griegos y las proporciones... GG.](#)
 - ★ Ejercicio GG: Averigua, como los griegos, la proporción de este rectángulo
 - ★ [Lo irracional: Pitágoras y el rectángulo áureo... GG](#)
- ★ Tantos rectángulos como quieras... ¿cómo se construyen?
 - ★ Prop. estáticas (racionales): como el rectángulo “duplo” (1:2) o el “sesquiáltero” (2:3)
 - ★ Dinámicas (irracionales): como el $\sqrt{2}$ (DIN A#), el $\sqrt{3}$, ...
 - ★ A partir del cuadrado y sin cuadrícula: ¿cómo se construye el 3:5? ¿el $\sqrt{5}$?...



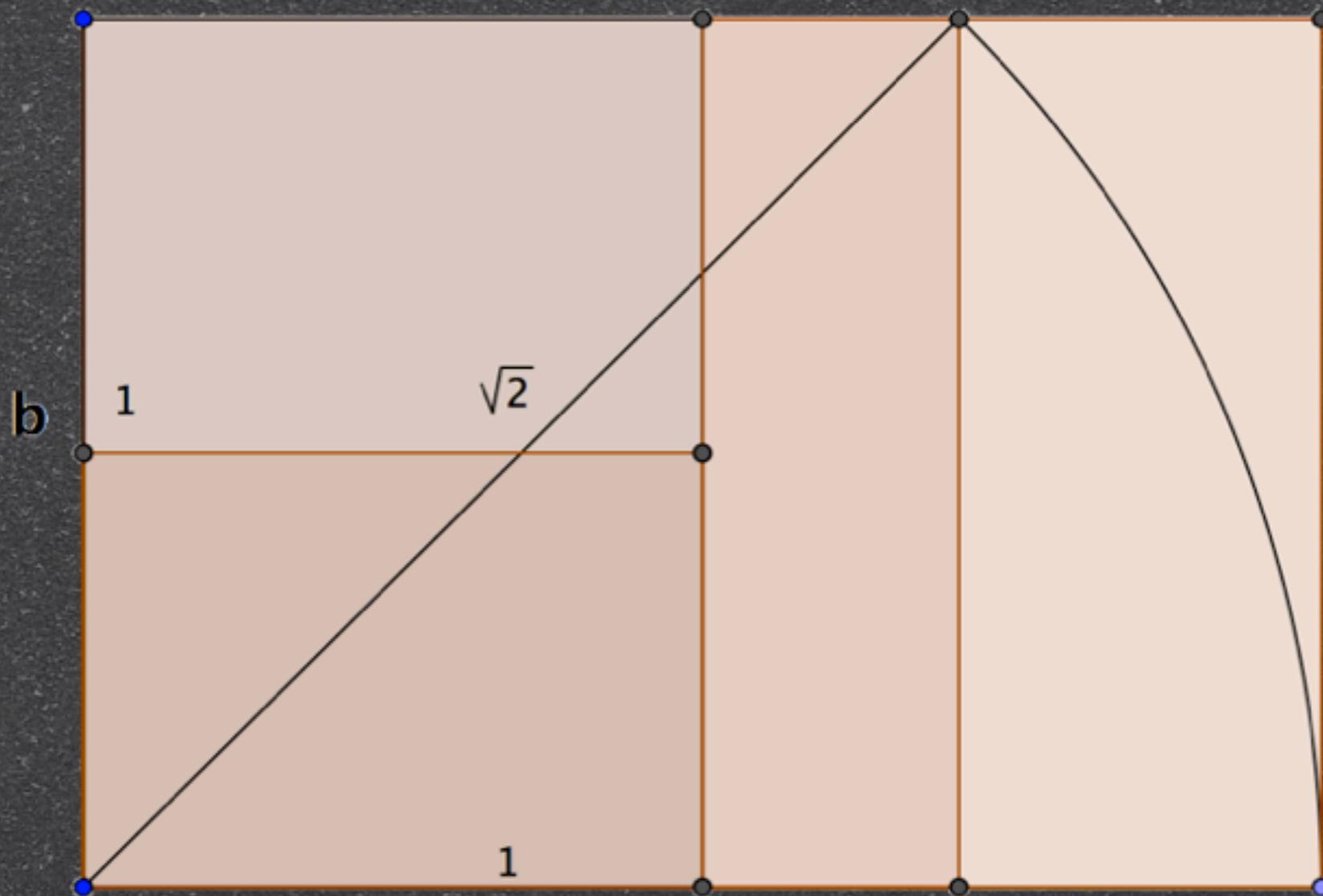
Diversión (matemática) con banderas. EsTaIMat Castilla y León

ALTO Y ANCHO: PROPORCIÓN (ampliación)

Los "folios" y cuartillas: DIN A4, DIN A3, ..., Din A0 (1 m²)



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a/2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2}$$

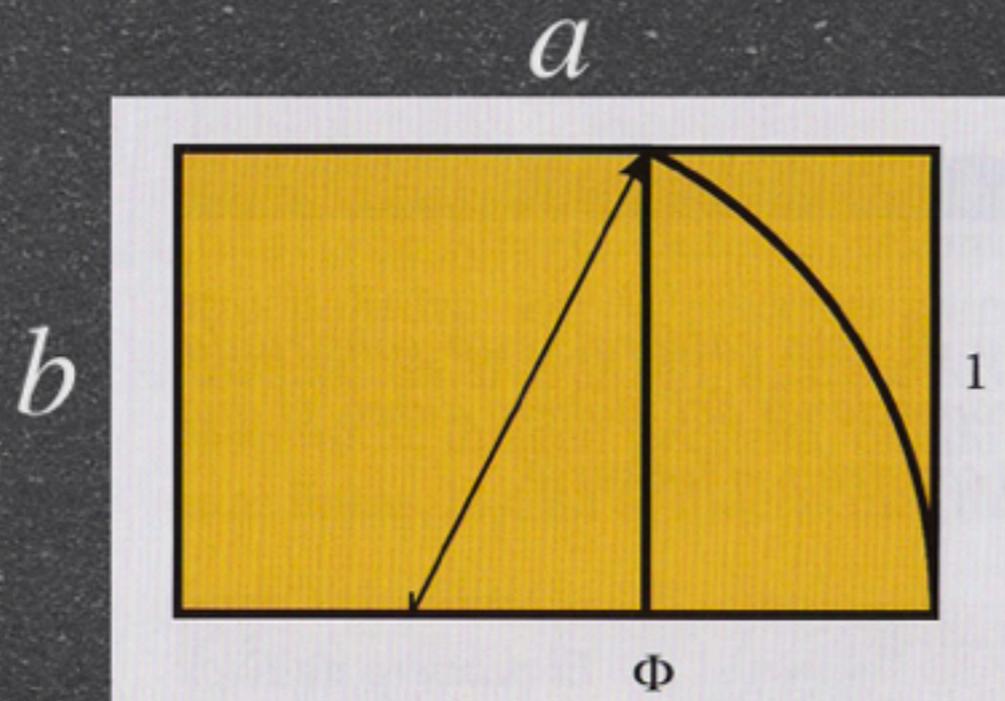


=> ¿Cuál es la proporción del rectángulo que queda si quito un cuadrado máximo?

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

ALTO Y ANCHO: PROPORCIÓN (ampliación)

Rectángulo áureo:



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$a = x; b = 1$$

$$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{b}$$

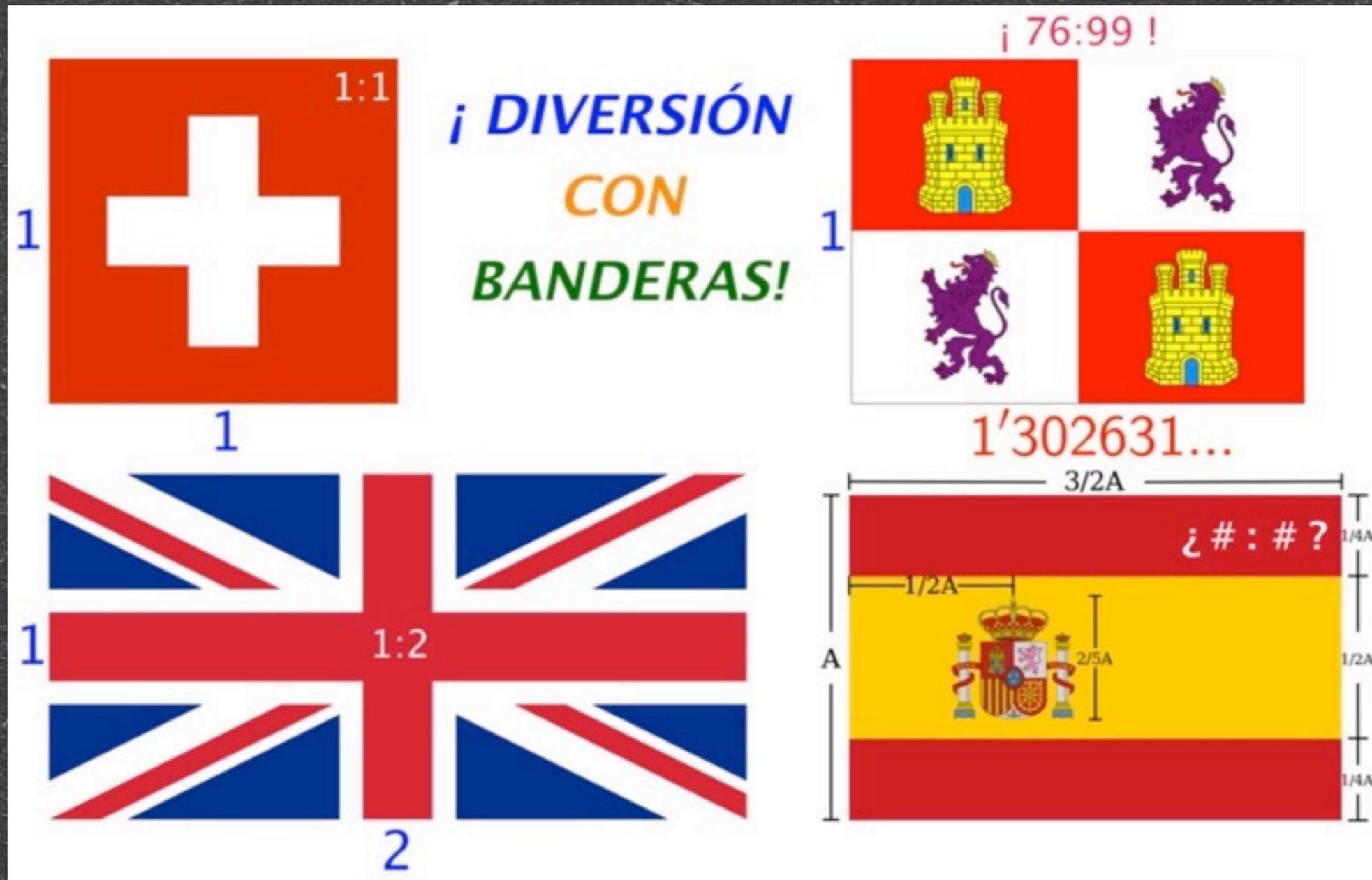
$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi = 1'618...$$



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?



- ★ ¿¿Cómo se hace la 76:99 desde cuadrado?? (¿Dividir por Tales? ¿Ponderar puntos?)
- ★ ¿Y cuál es la proporción en la bandera de España?

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?



- ★ ¿¿Cómo se hace la 76:99 desde cuadrado?? (¿Dividir por Tales? ¿Ponderar puntos?)
- ★ ¿Y cuál es la proporción en la bandera de España?

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y...



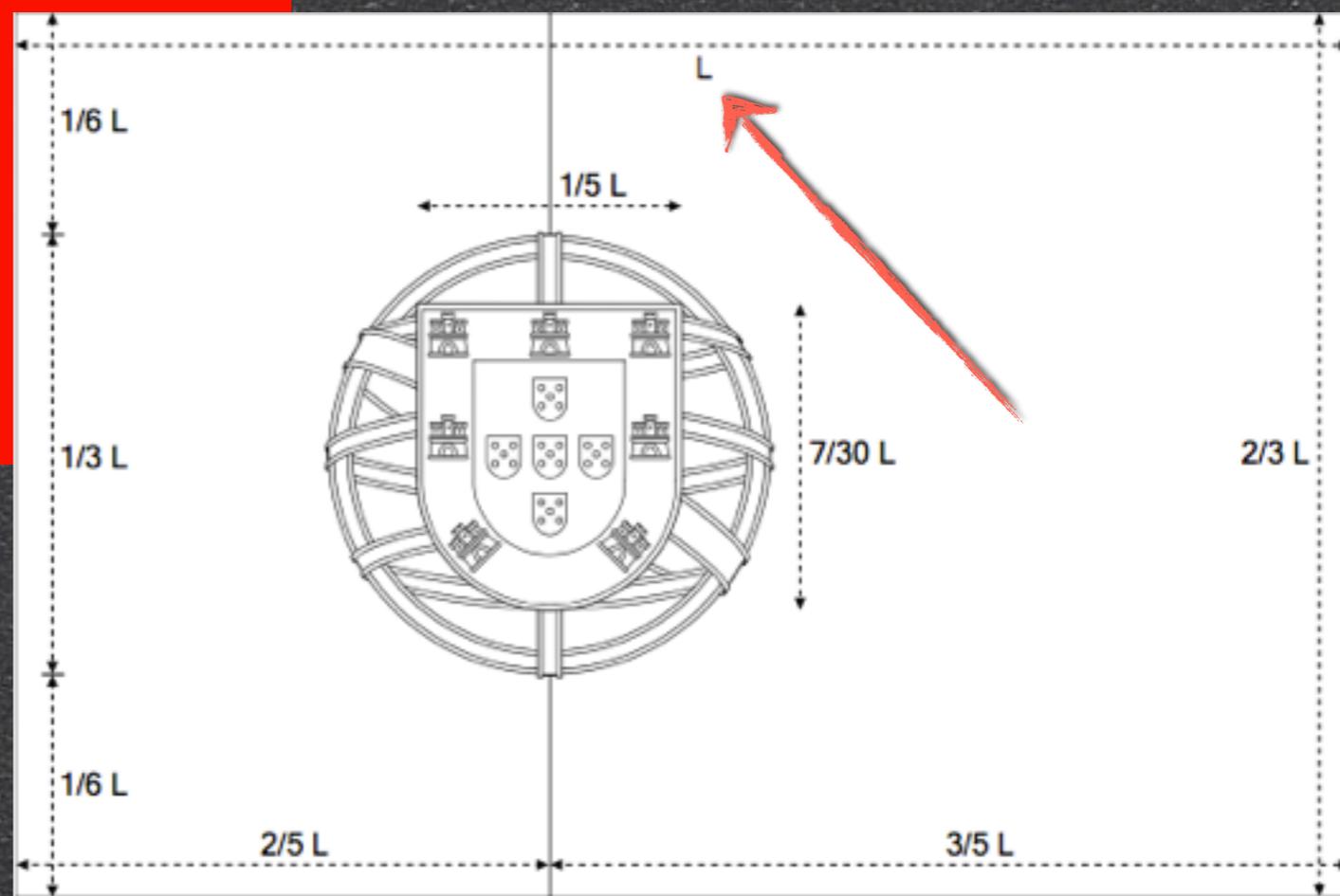
Color	RGB			Colores web	Cuatricromía (CMYK)			
	R	G	B	Código HTML	Cian	Magenta	Amarillo	Negro
Rojo	173	21	25	#AD1519	0%	88%	86%	32%
Amarillo	250	189	0	#FABD00	0%	24%	100%	2%

- ★ ¿¿Cómo se hace la 76:99 desde cuadrado (ponderar puntos?)
- ★ ¿Y cuál es la proporción en la bandera de España?

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?

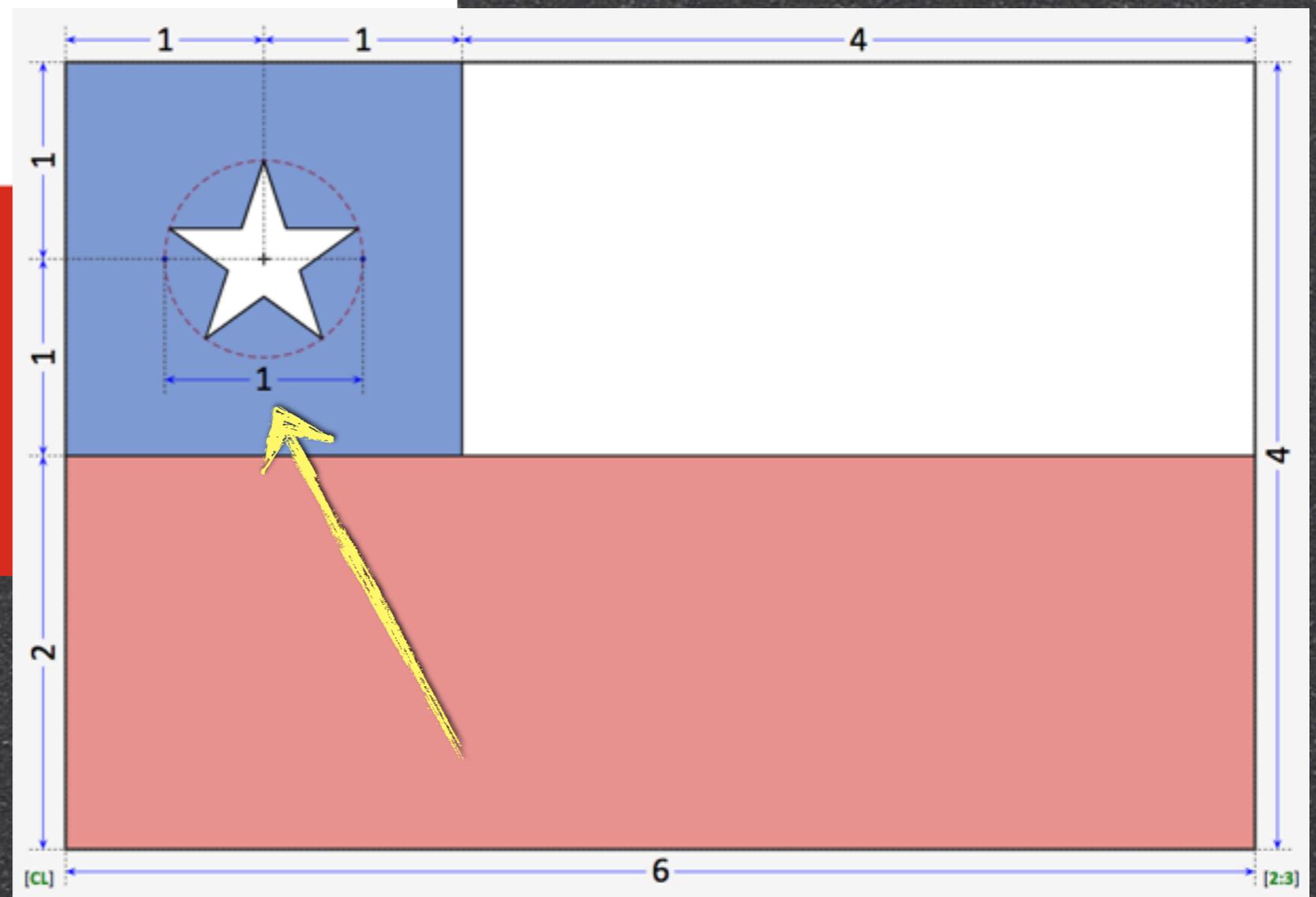
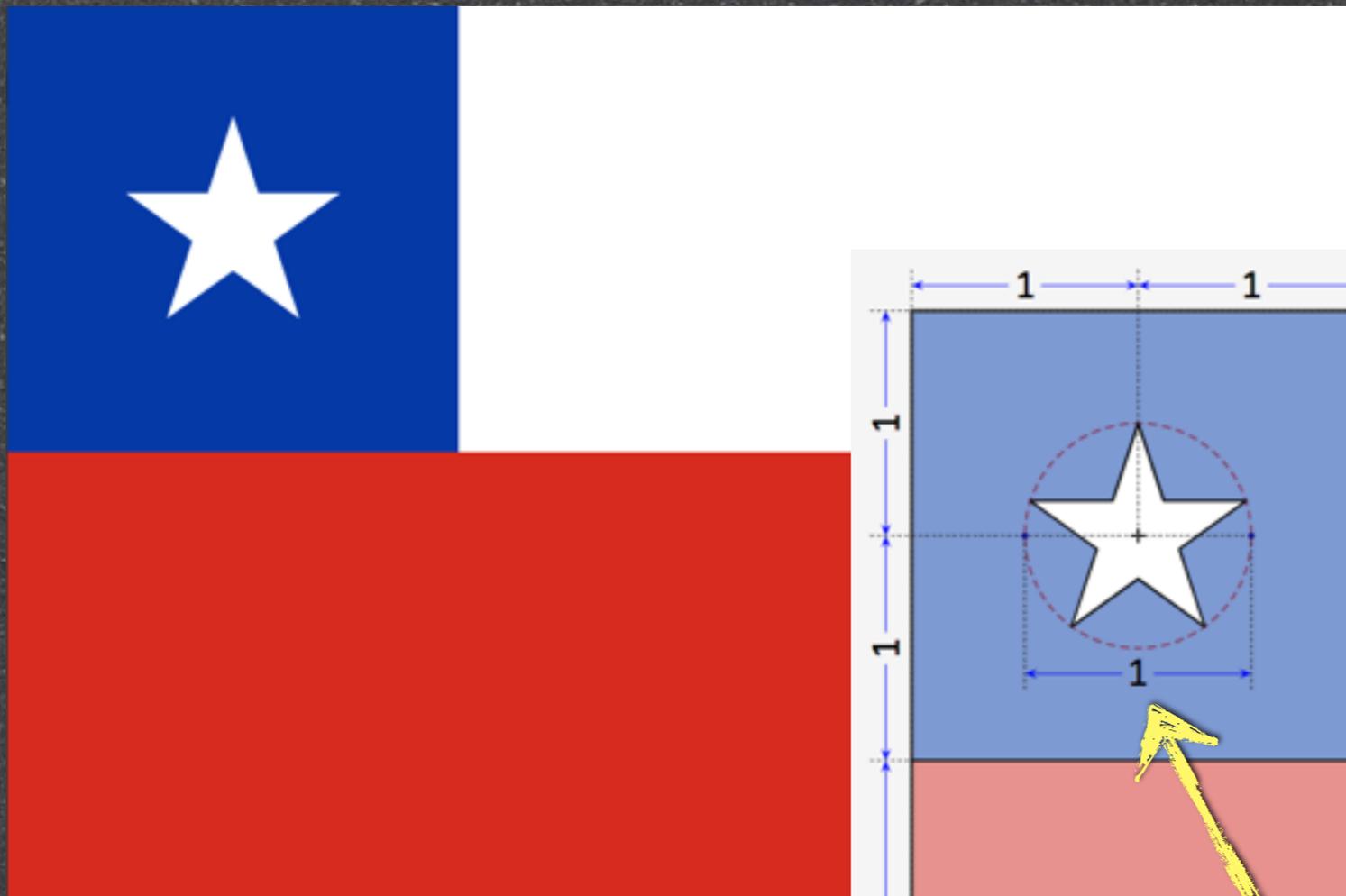
- ★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? ([wikip.:](#) bandera de... ¿dónde?)
- ★ Y en cada construcción, ¡una forma de mostrar la proporción[!] entre distancias!



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?

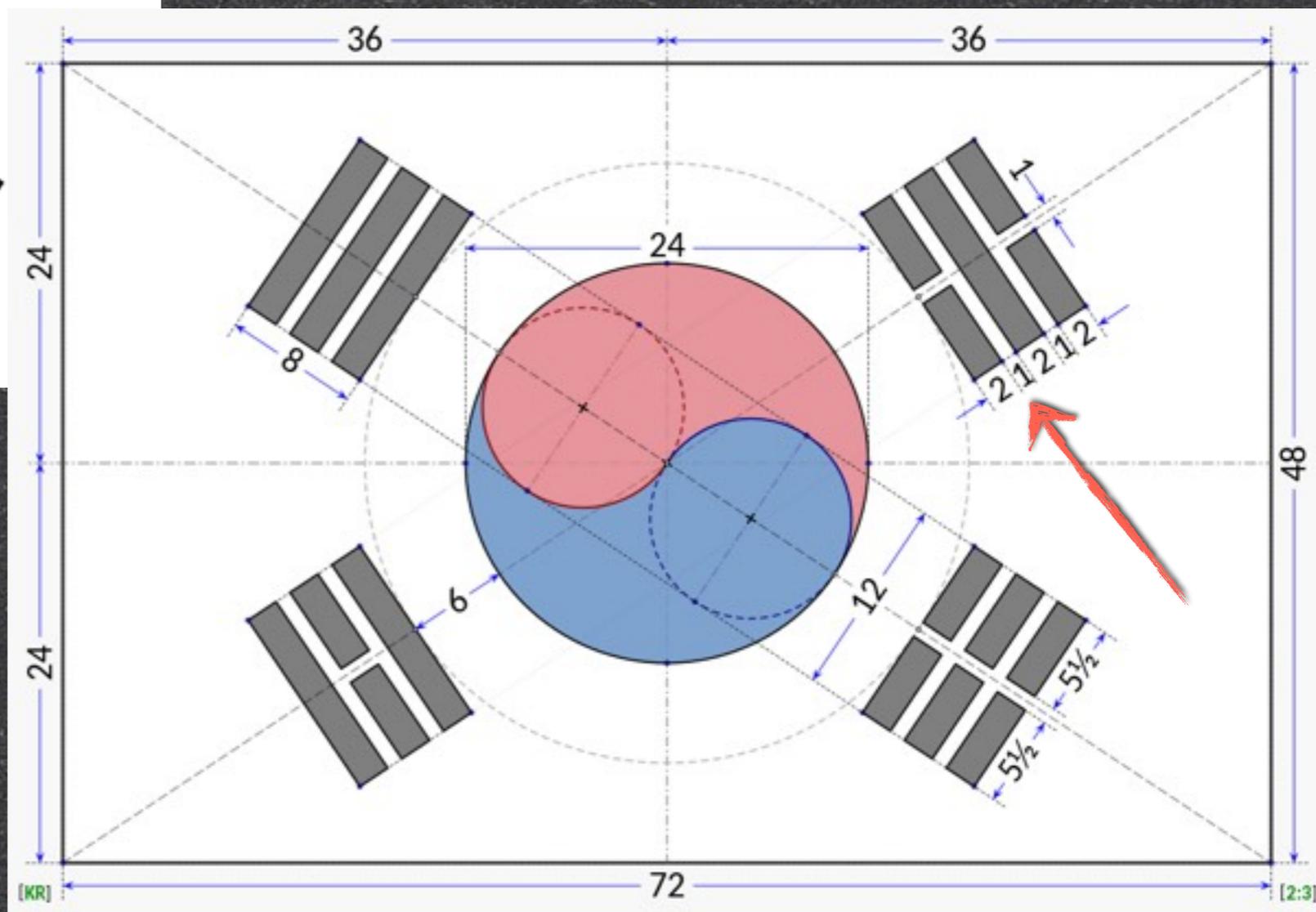
- ★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? ([wikip.:](#) bandera de... ¿dónde?)
- ★ Y en cada construcción, ¡una forma de mostrar la proporción*! entre distancias!



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?

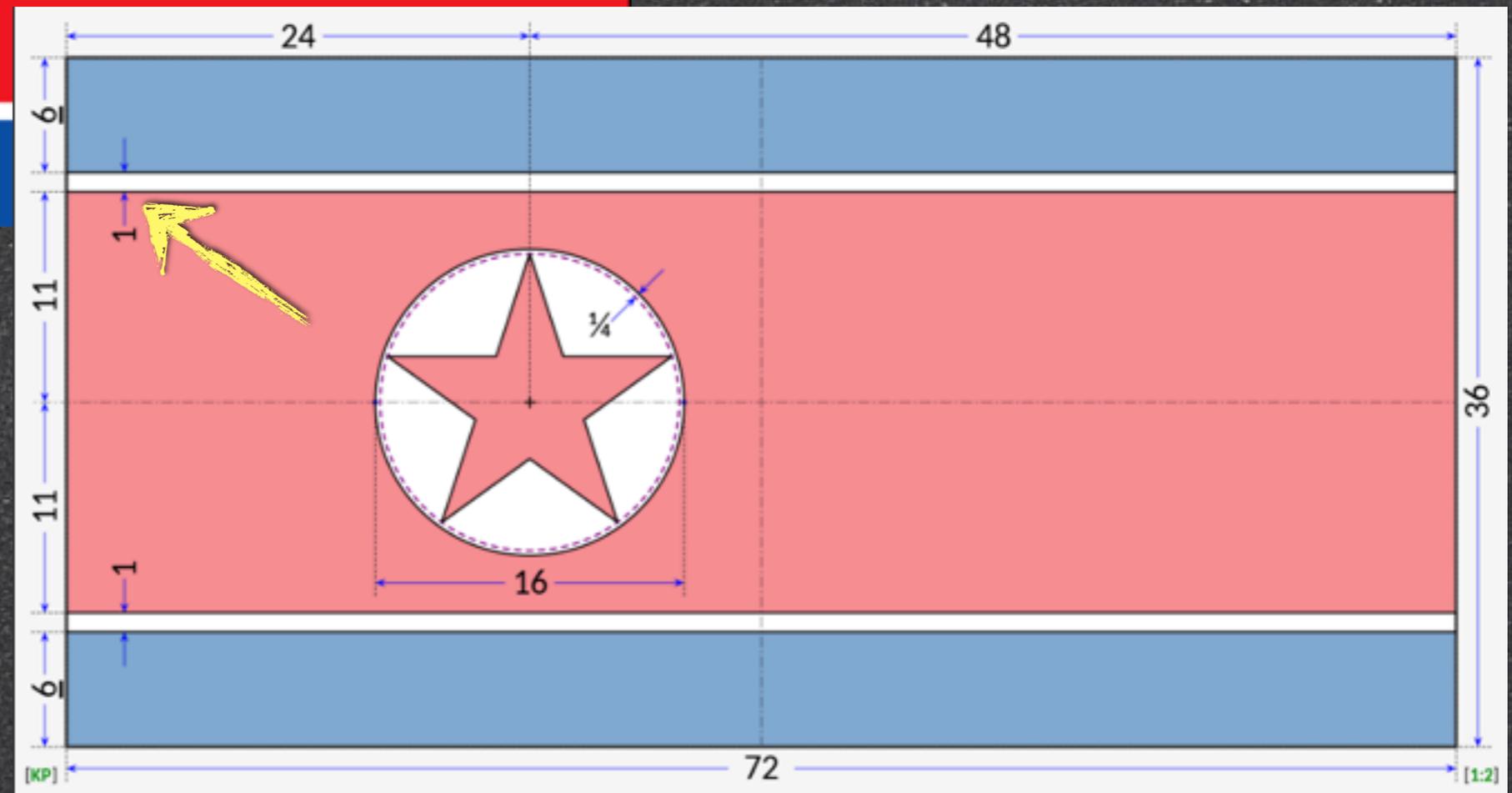
★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? (wikip.: bandera de... ¿dónde?)



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?

- ★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? ([wikip.: bandera de...](http://wikip.:bandera.de...) ¿dónde?)

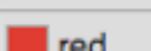
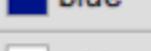
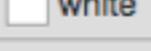


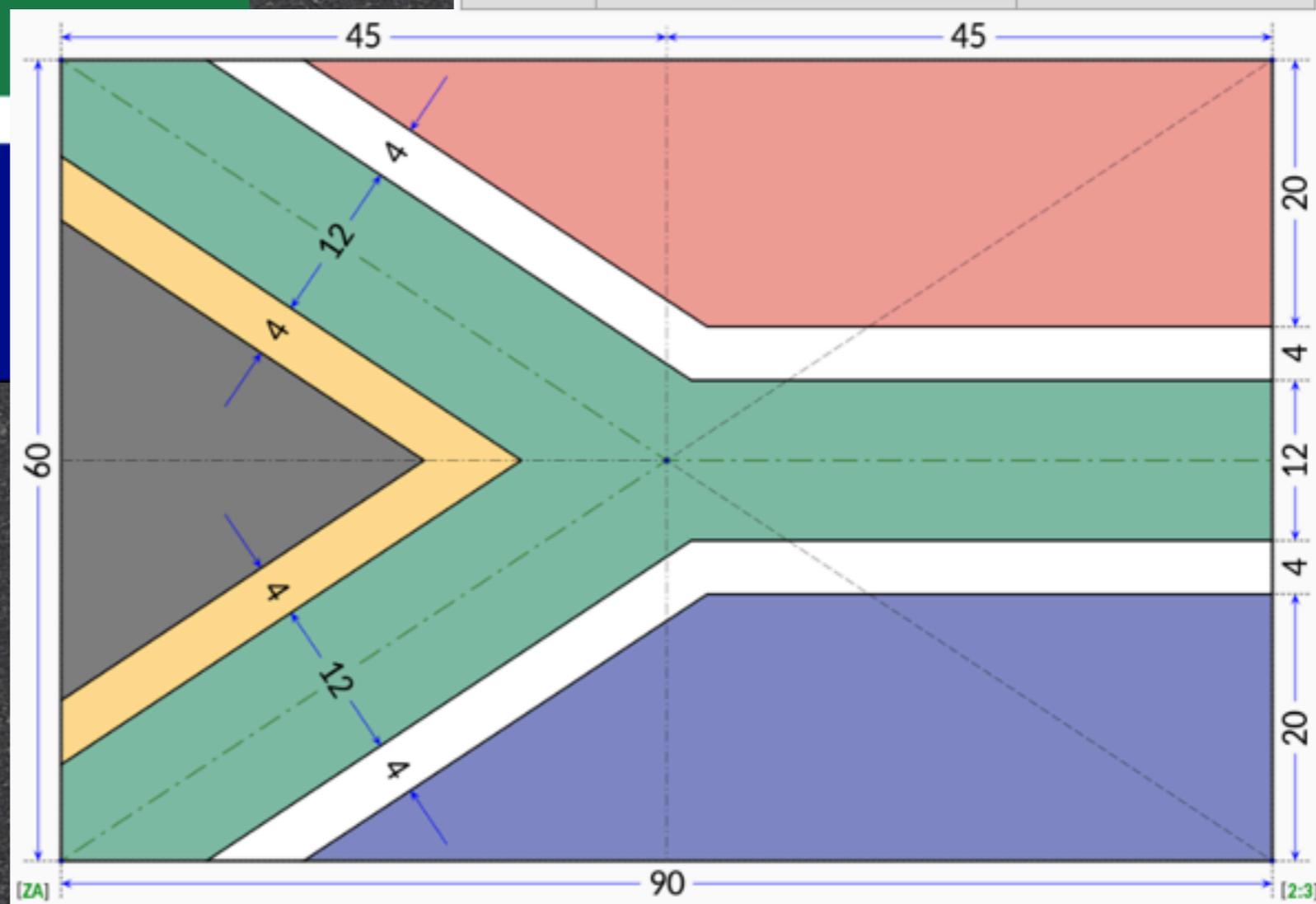
Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

Y... ¿EN LAS BANDERAS?

★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? ([wikip.:](http://wikip.:bandera.de...) bandera de... ¿dónde?)



	green	rendered as	RGB	0	119	73	Pantone 3415 C
	yellow	rendered as	RGB	255	184	28	Pantone 1235 C
	red	rendered as	RGB	224	60	49	Pantone 179 C
	blue	rendered as	RGB	0	20	137	Pantone Reflex Blue C
	white	rendered as	RGB	255	255	255	
	black	rendered as	RGB	0	0	0	



★ ¿Faltan datos? ¿Triángulos?
¿franjas? ¿Vértice trapecios?

★ El triángulo negro... ¿es
equilátero? RAZONAR
¡MATEMÁTICAMENTE!

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

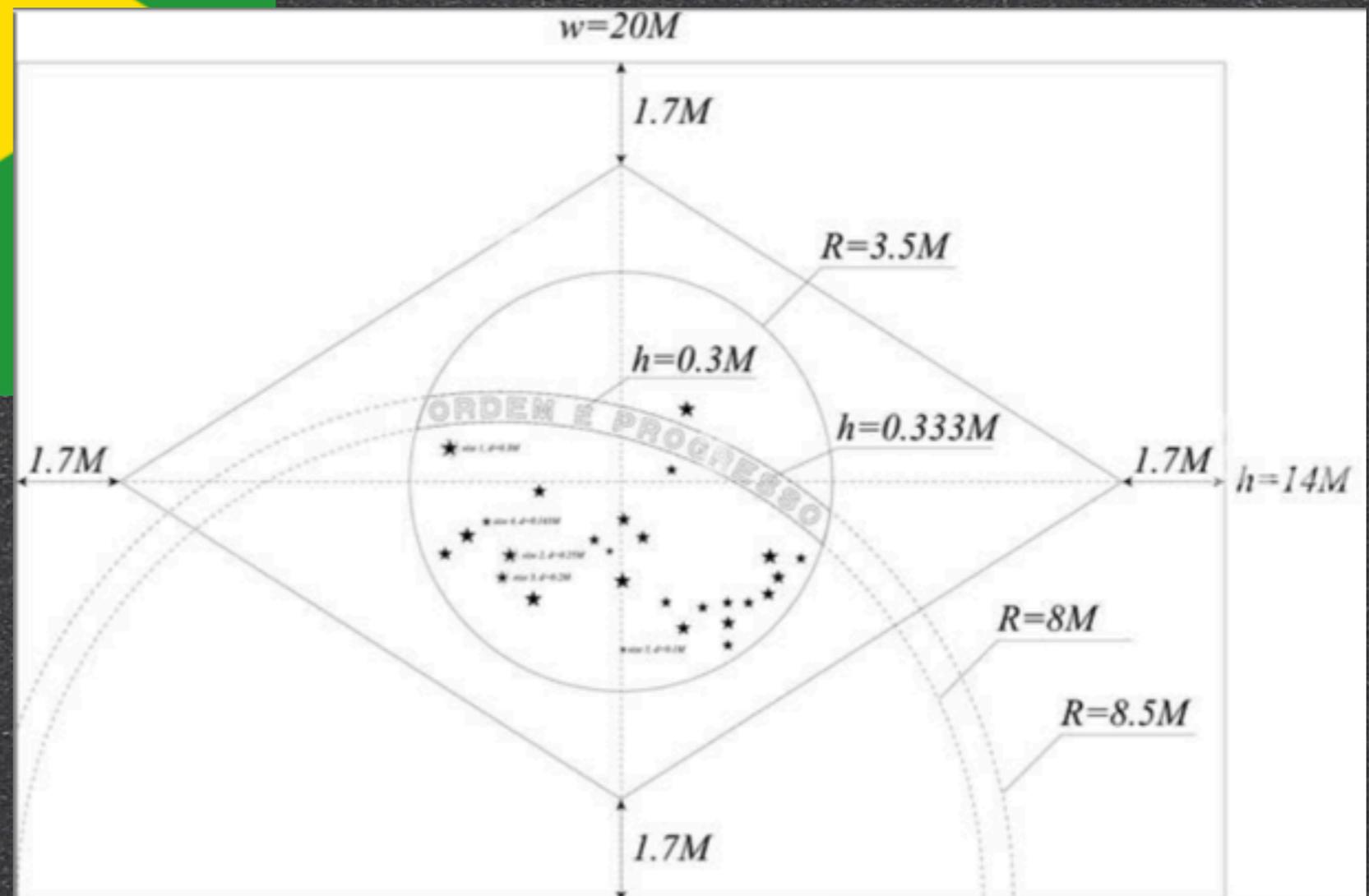
Y... ¿EN LAS BANDERAS?

★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? (wikip.: bandera de... ¿dónde?)



Cada una de las veintisiete estrellas representa uno de los distintos estados y el Distrito Federal

El disco azul de la bandera actual representa el cielo de Río de Janeiro la mañana del 15 de noviembre de 1889 (fecha de la proclamación de la República de Brasil)



Diversión (matemática) con banderas. EsTaIMat Castilla y León

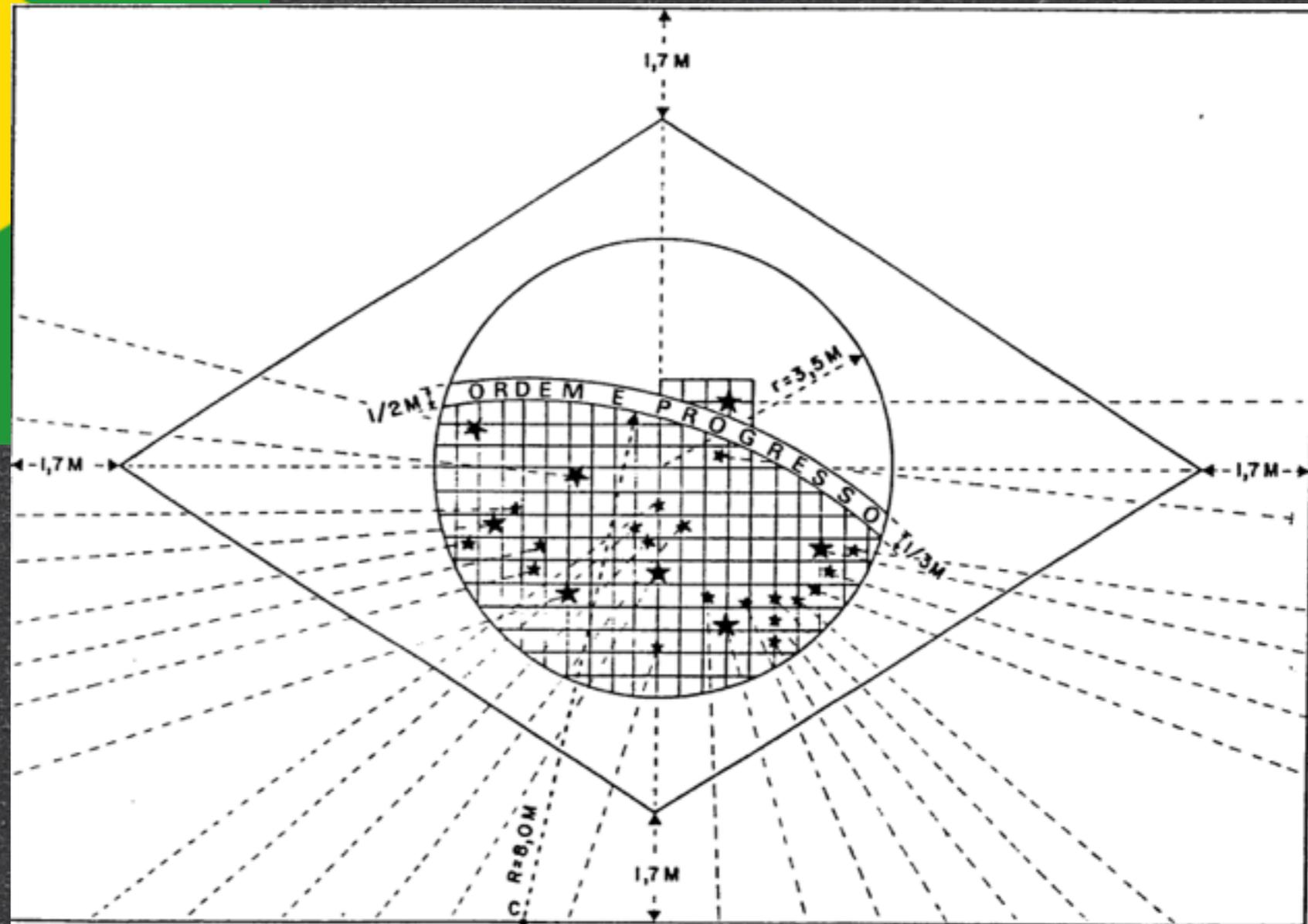
Y... ¿EN LAS BANDERAS?

★ ¡Qué cosas más bonitas para construir!... ¿Sabrías? (wikip.: bandera de... ¿dónde?)



Cada una de las veintisiete estrellas representa uno de los distintos estados y el Distrito Federal

El disco azul de la bandera actual representa el cielo de Río de Janeiro la mañana del 15 de noviembre de 1889 (fecha de la proclamación de la República de Brasil)



Diversión (matemática) con banderas. EsTaIMat Castilla y León
Y, CLARO... NO PODÍA DEJAR PASAR LA OCASIÓN:



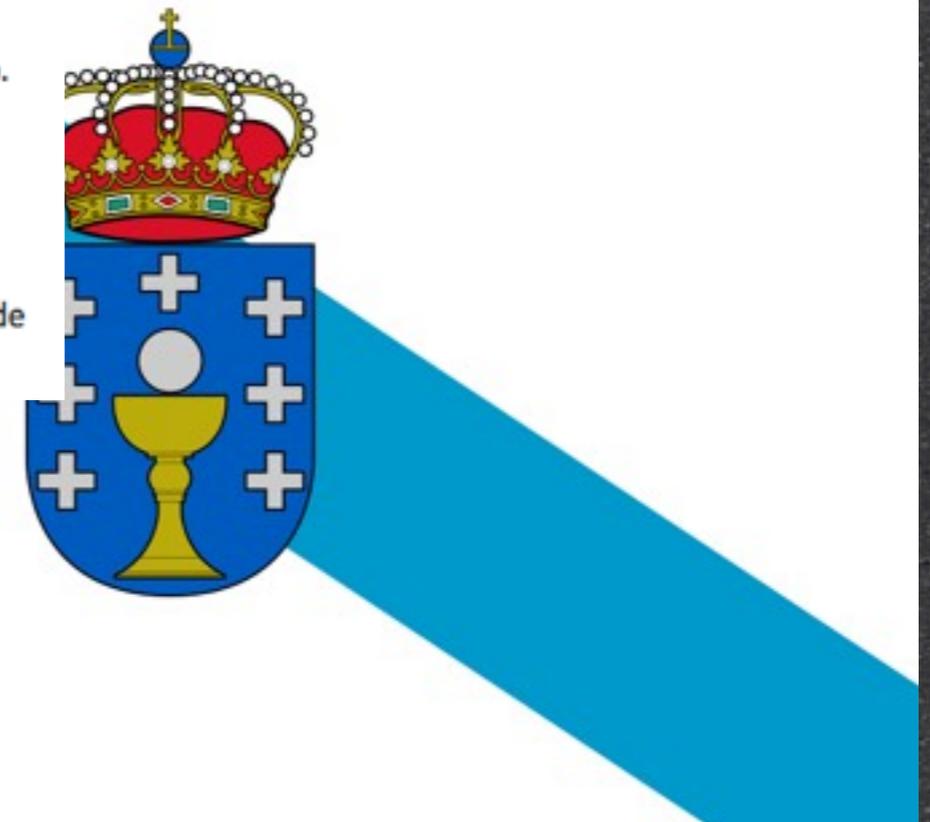
Tienen proporción 2:3
(sesquiálteras), pero no he
conseguido los diseños de
construcción: ¿¿cómo es la
banda diagonal?? ni los
valores RGB



Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León Y, CLARO... NO PODÍA DEJAR PASAR LA OCASIÓN:



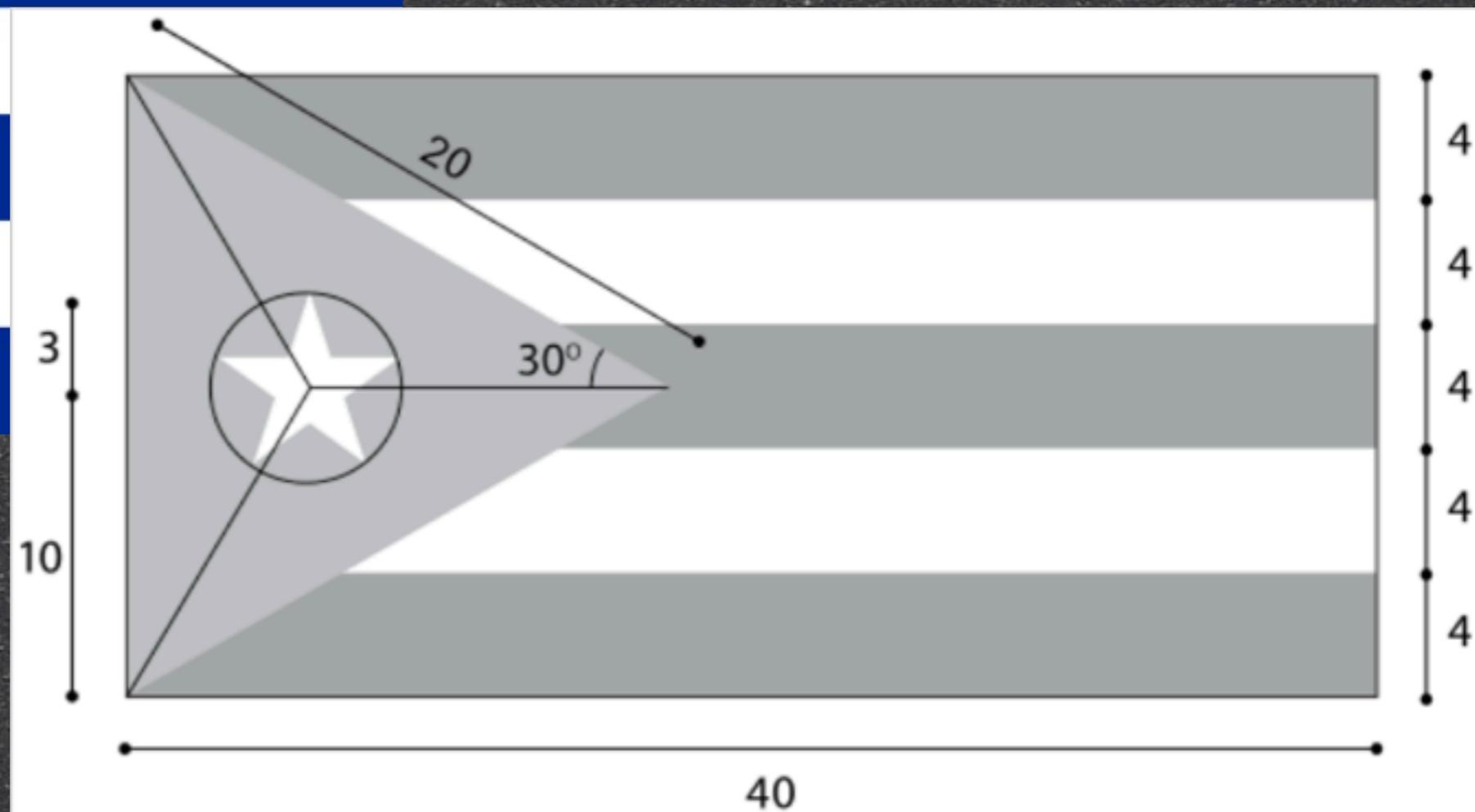
The screenshot shows the website of the Xunta de Galicia. The header includes the logo and name 'XUNTA DE GALICIA'. Below it are navigation tabs: 'Goberno e institucións', 'Temas', 'eServizos', and 'Transparencia'. A breadcrumb trail reads: 'Goberno e institucións / Símbolos de Galicia / A bandeira'. The main content area is titled 'SÍMBOLOS DE GALICIA' and 'A bandeira'. A sidebar on the left lists other symbols: 'O escudo', 'O himno', 'A lingua de Galicia', and 'Medallas de Galicia'. The main text describes the flag's proportions and its design, mentioning a diagonal white band with a blue stripe and the national coat of arms.



Tienen proporción 2:3 (sesquiálteras), pero no he conseguido los diseños de construcción: ¿¿cómo es la banda diagonal?? ni los valores RGB

HABRÁ QUE CONSTRUIR ALGUNA (VS. DIBUJARLA ;-)

- ★ El broche final de esta historia. Construir en modo “Geometría” sin cuadrícula y cumpliendo todas las especificaciones la(s) bandera(s) que hayan investigado (no demasiado sencilla) a partir de una altura prefijada (tamaño arbitrario)
- ★ Según el tiempo, me gusta inicialmente proponer/obligar a construir la de Cuba:



- ★ Detalles de la construcción GG...
- ★ Y a partir de aquí... ¡a “pelearse” con la que más les guste!

Diversión (matemática) con banderas. EsTaMat Castilla y León

HABRÁ QUE CONSTRUIR ALGUNA... ¿MÁS?

- ★ ¡Ah! Pensaba que este era el final de la historia, que todas las banderas tienen proporciones estáticas (rationales)... ¡pero no! ¡Tenemos otro reto constructivo!
- ★ Aunque en el póster de Luis Balbuena en la S. de vexilología (2008) pone que la proporción de la bandera de Togo es 3:5, si nos fiamos de la wiki, desde 1960...

Bandera de Togo



Datos generales

Proporción	1:φ (1:1,618)
Adopción	27 de abril de 1960
Colores	 Verde  Amarillo  Rojo  Blanco
Diseñador	Paul Ahyi

RAZÓN ÁUREA EN LA BANDERA DE
TOGO
@geographics2.0



BANDERA TOGOLESA



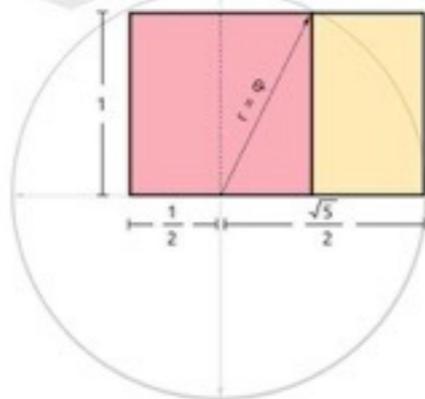
se dice que dos cantidades a y b tienen una razón áurea ($1:\phi$) si

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi \quad \therefore 1 + \frac{1}{\phi} = \phi$$

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN:

$$\phi + 1 = \phi^2$$
$$\phi^2 - \phi - 1 = 0$$
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA:



Diversión (matemática) con banderas. EsTalMat Castilla y León

(Y, SEGÚN EL TIEMPO/SESIONES DISPONIBLES...)

Luis Balbuena, por ejemplo, propone:

- ★ Describir y averiguar a qué país pertenecen las banderas que se van viendo en el entorno en el que cada cual se mueve (hoteles, restaurantes, instituciones, etc.)
- ★ Hacer un estudio estadístico de la distribución de los colores en las banderas del mundo y en sus distintas partes.
- ★ Estudiar las simetrías que presentan las banderas (y hacer estadística).
- ★ Observar que hay grupos de banderas que tienen los mismos colores. Estudiar si hay alguna razón para ello.
- ★ ¡Que diseñen su propia bandera e, importante, expliquen el por qué de la proporción y de los colores elegidos, de los elementos que pongan, de las simetrías presentes...!



VIDEO resumen proporciones y rectángulos y material en GeoGebra:

- “EL SECRETO MUNDO DE LOS RECTÁNGULOS” Playlist “Loco de reMATES” (Youtube)
- Libro GeoGebra: busca “DIVERSIÓN CON BANDERAS GEOGEBRA” Inst. GeoGebra CyL

En fin... ¿Hay o no matemáticas en las banderas?

“No hay belleza perfecta que no tenga alguna rareza en sus proporciones”

Sir Francis Bacon